

L2 Physique : Introduction à la Relativité Restreinte -TD2

1 La transformation de Lorentz

(a) Un repère d'origine O' se déplace à la vitesse v par rapport à un repère d'origine O . La transformation de Lorentz permet d'écrire

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} & \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} & \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix}$$

où $\beta = v/c$. Cette transformation s'approche de quoi pour les petites valeurs de $|\beta|$, *i.e.* $|\beta| \ll 1$? Gardez juste les termes en β avec au maximum la puissance un (ne gardez pas les termes β^2 ou β^3 etc.)

Indice : Le développement limité du facteur de Lorentz γ en puissances de $\beta = v/c$, au voisinage de $\beta = 0$, est :

$$\gamma = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{3}{8}\beta^4 + \dots \quad (1)$$

(b) De plus, supposons que l'ordre de grandeur de x' soit comparable à celui de vt' ; dans ce cas, on écrit $x' \sim vt'$ ou $x' = O(vt')$. Dans le cas où $|\beta| \ll 1$, vers quoi la transformation tend-elle?

2 Dilatation du temps

Les muons sont les particules les plus nombreuses dans le rayonnement cosmique à des altitudes de l'ordre de quelques kilomètres. Un compteur A était installé au sommet du Mont Washington (États-Unis) à une altitude de 1910 mètres (*Frisch and Smith, 1963*). Il était réglé pour compter les muons voyageant verticalement vers le sol et ayant des vitesses proches de 99,52% de la vitesse de la lumière. Il enregistrait 563 ± 5 muons par heure. Un second compteur B identique à celui de A était installé près de la mer à une altitude de 3 mètres et il enregistrait 420 ± 5 muons par heure. L'intensité des rayons cosmiques ne varie pas d'un endroit à l'autre si proche. Rappelez-vous que le muon est instable et une population varie selon la loi :

$$N(t) = N(0) \exp(-t/\tau) \quad (2)$$

où τ représente le temps de vie moyen avec $\tau = 2,2 \times 10^{-6}$ s et t est le temps propre.

(a) Trouver l'intervalle de temps $\Delta t'$ pris par un muon pour traverser l'altitude du compteur A jusqu'au compteur B dans un référentiel fixé sur la terre.

(b) La loi (2) est valable dans un référentiel pour lequel le muon est au repos. Trouver l'intervalle de temps propre Δt correspondant à $\Delta t'$.

(c) Utiliser (2) pour vérifier les résultats de compteur B .

(d) Dans un référentiel R qui se déplace avec les muons, les muons sont immobiles mais la terre s'approche à une vitesse $\beta = 0,9952c$. Quel temps met un muon pour traverser l'altitude du compteur A jusqu'au compteur B ? Indice : il n'y a pas de calcul à faire. Il faut simplement comprendre ce que vous avez fait ci-dessus.

(e) Dans le référentiel R , quelle est la distance verticale entre les compteurs A et B ?

3 Contraction des longueurs

Refaire le calcul de question (e) de l'exercice précédent, en utilisant la formule de contraction des longueurs.

Références

Frisch, D. H., and J. H. Smith (1963), Measurement of the relativistic time dilation using μ -mesons, *American Journal of Physics*, 31(5), 342–355.