Cours 2. La relativité restreinte : introduction

— Résumé du dernier cours sur l'expérience de Michelson et Morley.
— Les trois postulats de la relativité restreinte.
— Les postulats sont incompatibles avec la transformation de Galilée.
— Invariance des longueurs perpendiculaires au mouvement relatif.
— Argument en faveur de la transformation de Lorentz.
— Les événements dans l'espace-temps et l'intervalle d'espace-temps qui les sépare.
— Transformation de Lorentz – limite des faibles vitesses.
— Exercices pour la maison.
— Exercices immédiats.
— Anciens TD.
— *Les phénomènes relativistes* (pour la prochaine fois).
— Addition des vitesses.

Résumé du cours 1 : Michelson et Morley

Les grandes lignes :

- **L'interféromètre de Michelson :**
  - On peut créer des interférences lumineuses en exploitant des miroirs semi-transparents.
  - La lumière provient de deux trajets orthogonaux.
  - (Si la physique de Galilée/Newton s'appliquait) l'interférence serait sensible au mouvement de l'interféromètre le long de l'un des axes.
  - Voir §2.5 dans les notes de cours de Jacques Langlois pour une explication alternative plus détaillée.
- **L'expérience de Michelson et Morley :**
  - Motivation : mesurer la vitesse de la Terre par rapport à l'éther.
  - Méthode : on utilise l'interféromètre de Michelson et on exploite le mouvement à grande vitesse v de la Terre autour du Soleil. (Si la physique de Galilée/Newton s'appliquait) on s'attendrait à une différence de marche de

l'ordre de $(v/c)^2 \times 22\,\mathrm{m} \sim 220\,\mathrm{nm}$, soit environ un quart de longueur d'onde.

  - Résultat : aucune évidence du mouvement de la Terre par rapport à l'éther.
  - Interprétation moderne : la vitesse de la lumière dans le vide est indépendante du mouvement de la source et du détecteur. Il n'y a pas d'éther.
  - Voir §2.6 et 2.7 dans les notes de cours de Jacques Langlois pour des explications alternatives plus détaillées.
- Voir la vidéo de `e-penser` sur `youtube.com` pour une perspective historique : `https://youtu.be/KX9QSjv0Ib0`

Cours 2 : La relativité restreinte

— La relativité restreinte constitue une extension de la relativité de Galilée à l'ensemble des lois de la physique.

— Elle peut se fonder sur deux hypothèses : (1) le principe de relativité et (2) l'hypothèse que l'espace est isotrope.

Les hypothèses ou postulats de la relativité restreinte

1. *Les lois fondamentales de la physique gardent la même forme dans tous les repères inertiels – on dit qu'elles sont covariantes.* Si une loi est vérifiée dans un repère inertiel, elle est vraie dans tous les repères se déplaçant à vitesse constante par rapport à celui-ci. Par exemple, l'équation d'onde pour un champ électrique $\vec{E}$ dans le vide :
$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \vec{E} = 0, \tag{1}$$
où $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ est la vitesse de la lumière dans le vide, où ε_0 est la permittivité diélectrique du vide et μ_0 la perméabilité magnétique du vide. (Nous allons démontrer cette équation d'onde pendant le TD1.) **Elle est valable dans tous les référentiels inertiels.**
2. *Einstein a parlé d'un « second postulat » qui affirme que la vitesse de la lumière [dans le vide] est indépendante du mouvement de la source ou de l'observateur.* La vitesse de la lumière dans le vide est une constante fondamentale qui joue un

rôle même dans des phénomènes qui n'impliquent pas d'interaction électromagnétique. En fait, ce « second postulat » est une conséquence du postulat de relativité plutôt qu'un postulat indépendant.

https://youtu.be/_4Af9UrWEtc?si=tP3rwqkdVxcpMBoU&t=263

3. *L'espace est isotrope.*

Remarques sur les postulats de la relativité restreinte

— En 1905, seules les lois de la mécanique classique et de l'électromagnétisme étaient connues. Depuis, d'autres lois et d'autres interactions ont été découvertes, et elles sont toutes en accord avec la relativité restreinte. La covariance des lois fondamentales de la nature est maintenant bien établie. Une implication importante est qu'aucune expérience ne peut mettre en évidence l'existence d'un repère au repos absolu. La notion d'éther devient donc inutile.

- L'expérience de Michelson et Morley a montré que la vitesse de la lumière est indépendante du mouvement de l'observateur. D'autres expériences ont utilisé différentes sources (Soleil, étoiles, ...) et ont obtenu les mêmes résultats. La mesure de la vitesse de la lumière dans le vide donne toujours le même résultat. Une implication est que la transformation de Galilée doit donc être remise en question.
- Einstein a utilisé l'hypothèse que l'espace est isotrope partout, une hypothèse qui implique aussi que l'espace est uniforme (homogène).

Les postulats sont incompatibles avec la transformation de Galilée

— Rappel : considérons deux référentiels inertiels R et R', chacun muni d'un système de coordonnées cartésiennes, en mouvement relatif.

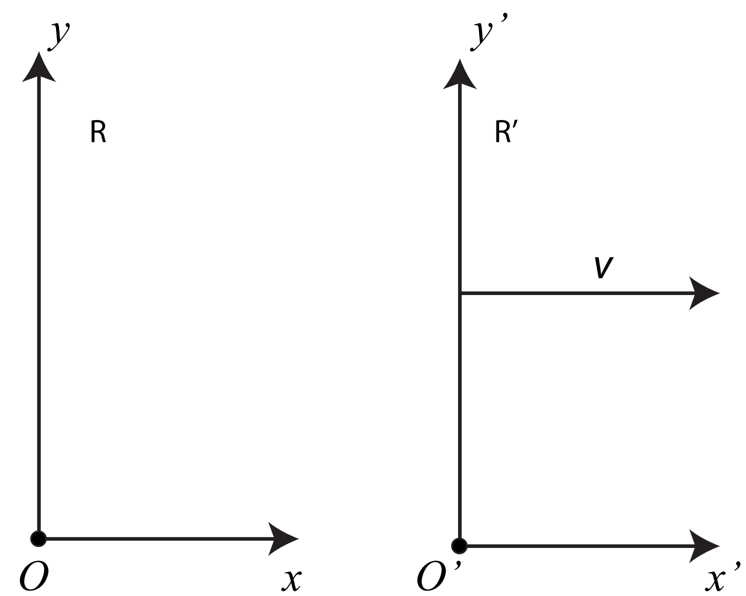

FIGURE 1 – Configuration standard

- Nous supposons que l'espace est isotrope et nous pouvons choisir l'orientation des axes. Alors, sans perte de généralité, nous pouvons orienter les axes x et x' dans la direction du mouvement relatif.
- Supposons de plus que les origines O et O' coïncident à l'instant $t = t' = 0$.
- On appelle cette situation la « configuration standard » (voir Figure 1).
- La transformation de Galilée pour deux repères en configuration standard donne

$$\begin{aligned} t' &= t, \\ x' &= x - vt, \\ y' &= y. \end{aligned} \tag{2}$$

- Je vous inviterai à vérifier cette transformation pendant le TD1. Pour l'instant, remarquez que $x = vt$ est la trajectoire de l'origine O' dans le référentiel O.
- Considérons deux observateurs utilisant des repères dont les axes sont parallèles. Les origines O et O' coïncident à l'instant $t = t' = 0$. À cet instant, une source ponctuelle située en O (et donc en O') émet une onde.

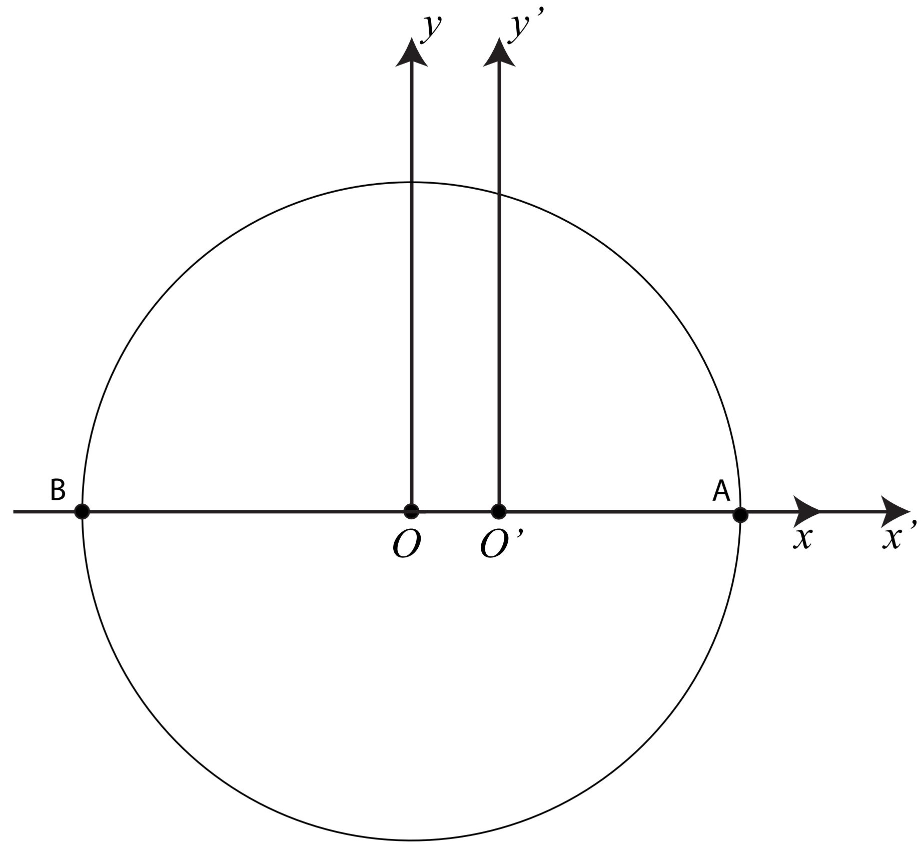

FIGURE 2 – Source ponctuelle d'onde à l'origine O, stationnaire dans R. Le cercle est la surface d'onde émise à $t = 0$, lorsque O et O' étaient coïncidentes.

— Dans un premier temps, nous allons considérer le cas d'une onde mécanique à la surface de l'eau, par exemple, puis le cas d'une onde électromagnétique.
— Considérons deux points A et B appartenant à une même surface d'onde.

— Pour une onde mécanique circulaire, les points A et B sont à égale distance de l'origine O car la vitesse de l'onde c est la même dans les deux sens.
— Les points A et B ne sont pas à la même distance de O' car la vitesse du point A par rapport à O' est $c - v$, tandis que celle du point B est $c + v$. Le point O' n'est donc pas au centre du cercle correspondant à la surface d'onde.
— Supposons maintenant que la source émette une onde électromagnétique, par exemple de la lumière. Même pour O', la vitesse du point A est égale à celle du point B car la vitesse de la lumière est la même pour tous les observateurs. Elle est la même dans toutes les directions.

  Pour l'observateur O', la vitesse du point A est la même que celle du point B (comme pour l'observateur O).
— Pour l'observateur O, l'équation de la surface d'onde s'écrit :

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0$$

  C'est donc une sphère de rayon ct. Pour l'observateur O', la surface d'onde est également une sphère car la vitesse de propagation est la même dans toutes les directions. L'équation de la surface d'onde s'écrit :

$$c^2 t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 = 0$$

— Cette relation est incompatible avec la transformation de Galilée (avec $t = t'$). Il faut donc chercher une transformation plus générale qui se ramènera à celle de Galilée lorsque la vitesse relative des observateurs v est petite par rapport à la vitesse de la lumière dans le vide c.

Pourquoi la transformation de Galilée ne convient pas

— Dans R, l'onde lumineuse vérifie

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2.$$

C'est une sphère de rayon ct.

— Si l'on utilise la transformation de Galilée,

$$t' = t, \qquad x' = x - vt, \qquad y' = y, \qquad z' = z, \tag{3}$$

alors l'équation

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$$

devient

$$(x - vt)^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2.$$

— En développant,

$$x^2 - 2vxt + v^2 t^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2,$$

soit

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2vxt + v^2t^2 = c^2t^2.$$

- Cette équation n'a plus la forme d'une sphère centrée à l'origine.
- Donc la transformation de Galilée est incompatible avec le fait que la lumière ait la même vitesse dans toutes les directions pour tous les observateurs inertiels.

Invariance des longueurs perpendiculaires au mouvement relatif

- Considérons deux tiges verticales A et B pouvant glisser sur une surface horizontale.
- Nous allons montrer que le principe de relativité exige que les longueurs perpendiculaires au mouvement restent invariantes.

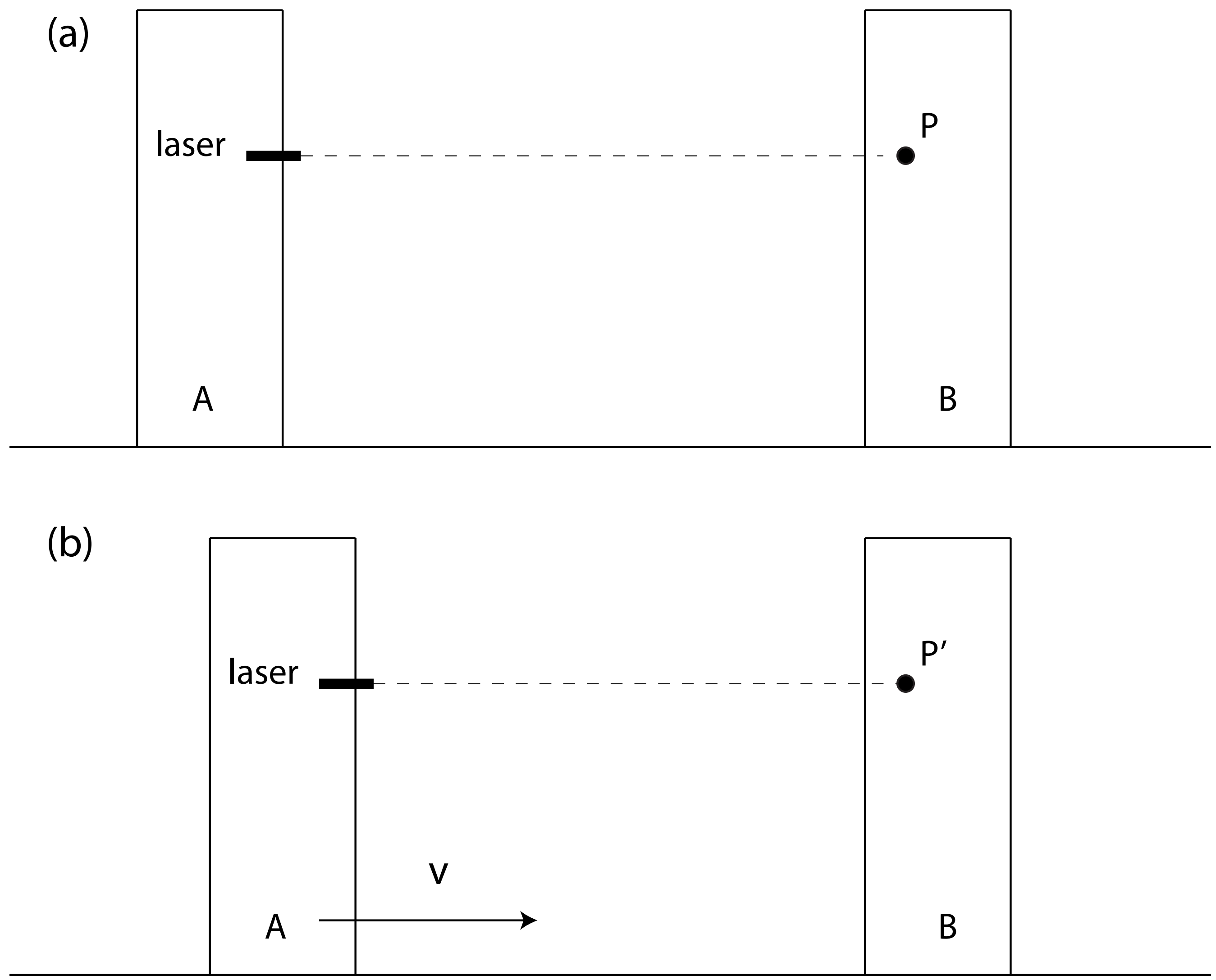

FIGURE 3 – (a) Les deux tiges sont immobiles. Le point éclairé est P. (b) A s'approche de B. Le point éclairé est P'.

- Lorsqu'elles sont au repos, une source fixée sur A émet un faisceau de lumière qui atteint un point P sur B, Fig. 3(a).
- Lorsque la tige A se déplace vers B à la vitesse v, le point éclairé P', Fig. 3(b), est-il plus haut ou plus bas que P ?
- S'il est plus haut, l'observateur au repos par rapport à B en déduira que le mouvement a pour effet de dilater les longueurs perpendiculaires au mouvement. L'observateur au repos par rapport à A en déduira, au contraire, que la tige B, qui s'approche de lui à la vitesse v, se contracte et que le mouvement a pour effet de contracter les longueurs perpendiculaires.
- Les deux observateurs, se déplaçant à vitesse relative constante, en déduiraient donc des lois de transformation différentes, ce qui est contraire au principe de relativité. Le problème serait le même si le point P' était plus bas que le point P.
- **La seule façon de respecter le principe de relativité est d'admettre l'invariance des dimensions perpendiculaires au mouvement.**

La transformation de Lorentz

L'invariance de l'intervalle de RR

- Imaginons que nous ayons deux référentiels inertiels R et R' en mouvement relatif.
- Nous supposons que l'espace est isotrope. Sans perte de généralité, nous pouvons donc orienter les axes x et x' dans la direction du mouvement relatif. C'est la « configuration standard ».
- Nous venons d'admettre l'invariance des dimensions perpendiculaires au mouvement relatif, ce qui implique dans ce cas que

$$y' = y, \qquad\qquad z' = z. \tag{4}$$

  Nous pouvons donc nous concentrer sur les coordonnées x et t.
- La transformation des coordonnées x et t entre deux référentiels inertiels doit donc vérifier la condition

$$c^2t^2 - x^2 = c^2t'^2 - x'^2. \tag{5}$$

Il faut donc chercher une transformation plus générale que celle de Galilée.

La transformation de Lorentz

— Si l'espace-temps est uniforme, la transformation est linéaire. Elle peut s'écrire sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

où les $L_{ij} \in \mathbb{R}$ sont des coefficients réels sans dimension.

— On peut donc écrire :

$$\begin{aligned} ct' &= L_{11}ct + L_{12}x \\ x' &= L_{21}ct + L_{22}x. \end{aligned} \tag{6}$$

— Il y a quatre coefficients à déterminer. Il faut donc trouver quatre équations indépendantes. Nous allons exprimer les coefficients L_{11}, L_{12}, L_{21} en fonction de L_{22} et de v/c.

— (i) Considérons le mouvement rectiligne uniforme de l'origine O' dans R. Nous savons que O' a une vitesse v le long de l'axe des x. Cette origine vérifie toujours $x' = 0$. Donc, si l'on impose $x' = 0$, on doit avoir $x/t = v$. Ainsi,

$$\begin{aligned} x' &= L_{21}ct + L_{22}x = 0 \\ L_{21} &= -L_{22}\frac{x}{ct} = -L_{22}\frac{v}{c} \\ L_{21} &= -\beta L_{22}, \qquad \text{où } \beta \equiv v/c. \end{aligned} \tag{7}$$

(ii) L'invariance de la vitesse de propagation d'un signal lumineux le long de l'axe $Ox > 0$ (ou $O'x'$) s'écrit

$$1 = \frac{x}{ct} = \frac{x'}{ct'},$$

soit

$$1 = \frac{x'}{ct'} = \frac{L_{21}ct + L_{22}x}{L_{11}ct + L_{12}x} = \frac{L_{21}ct + L_{22}ct}{L_{11}ct + L_{12}ct} = \frac{L_{21} + L_{22}}{L_{11} + L_{12}},$$

d'où

$$L_{11} + L_{12} = L_{21} + L_{22}. \tag{8}$$

(iii) De même, pour un signal lumineux se propageant dans l'autre sens :

$$-1 = \frac{x}{ct} = \frac{x'}{ct'},$$

soit

$$-1 = \frac{x'}{ct'} = \frac{L_{21}ct + L_{22}x}{L_{11}ct + L_{12}x} = \frac{L_{21}ct - L_{22}ct}{L_{11}ct - L_{12}ct} = \frac{L_{21} - L_{22}}{L_{11} - L_{12}},$$

d'où

$$L_{12} - L_{11} = L_{21} - L_{22}. \tag{9}$$

Soustrayons l'équation (9) de l'équation (8) :

$$2L_{11} = 2L_{22} \qquad \Longrightarrow \qquad L_{11} = L_{22}. \tag{10}$$

— Additionnons maintenant les équations (9) et (8) :

$$\begin{aligned} 2L_{12} &= 2L_{21} \\ L_{12} &= L_{21} = -L_{22}\beta, \qquad \text{en utilisant l'équation (7).} \end{aligned} \tag{11}$$

— Bilan : la matrice (L_{ij}) s'écrit

$$\begin{aligned}(L_{ij}) = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} L_{22} & -\beta L_{22} \\ -\beta L_{22} & L_{22} \end{pmatrix} \\ &= L_{22} \begin{pmatrix} 1 & -\beta \\ -\beta & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{12}$$

La transformation de Lorentz ...

— Nous avons éliminé trois coefficients inconnus et nous pouvons donc écrire l'équation (6) avec un seul coefficient inconnu :

$$\begin{aligned} ct' &= L_{22}ct - \beta L_{22}x \\ x' &= -\beta L_{22}ct + L_{22}x. \end{aligned} \tag{13}$$

Rappel : $\beta = v/c$ est un paramètre qui caractérise la situation.

— Nous utilisons maintenant l'équation (5) :

$$\begin{aligned} c^2t^2 - x^2 &= c^2t'^2 - x'^2 \\ &= (L_{22}ct - \beta L_{22}x)^2 - (-\beta L_{22}ct + L_{22}x)^2 \\ &= L_{22}^2\Big((ct - \beta x)^2 - (-\beta ct + x)^2\Big) \\ &= L_{22}^2(1 - \beta^2)(c^2t^2 - x^2). \end{aligned} \tag{14}$$

— On en déduit

$$
\begin{aligned}
L_{22}^2 &= \frac{1}{1-\beta^2} \\
L_{22} &= \pm\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.
\end{aligned}
\tag{15}
$$

— Nous choisissons la racine positive, car sinon x et x' seraient dirigés dans des sens opposés. Nous définissons donc

$$
\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{16}
$$

La transformation de Lorentz (dans la configuration standard) s'écrit alors

$$
\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \tag{17}
$$

— La transformation inverse s'obtient simplement en remplaçant β par $-\beta$:

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}. \tag{18}$$

— Cette transformation a été établie par Lorentz puis par Henri Poincaré entre 1895 et 1904, et obtenue par une autre méthode par Einstein en 1905. Joseph Larmor l'avait également obtenue avant 1900, mais le premier à l'avoir trouvée est sans doute Woldemar Voigt en 1882.

Trouver la transformation de Lorentz : bilan

- On a supposé une relation linéaire entre les coordonnées (t, x) et (t', x'). (En fait, ce n'est pas nécessaire, mais cela rend la démonstration plus rapide.) Cela implique que la relation entre (t, x) et (t', x') peut s'écrire sous forme matricielle.
- On a utilisé le fait que l'origine O' se déplace à la vitesse $v = \beta c$ dans R :
  $\Longrightarrow L_{21} = -\beta L_{22}$.
- On a utilisé le fait que la vitesse de la lumière est $\pm c$ dans n'importe quel référentiel inertiel. On a trouvé $L_{11} = L_{22}$ et $L_{12} = L_{21}$.
- On a utilisé l'invariance de $c^2t^2 - x^2 = c^2t'^2 - x'^2$, ce qui donne $L_{22}^2 = \frac{1}{1-\beta^2}$.
- Finalement, on choisit la racine positive afin que la transformation ne change pas la direction de l'axe des x.

Intervalle d'espace-temps

— Un événement correspond à un point dans l'espace-temps à quatre dimensions. Il a lieu en un endroit et à un instant donnés.

— La transformation de Lorentz est construite de telle sorte que la quantité

$$(ct)^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

soit invariante lors d'un changement de référentiel. Il en est de même pour la quantité

$$\Delta s^2 \equiv s_{21}^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2. \tag{19}$$

— On appelle s_{21}^2 (le carré de) l'intervalle d'espace-temps entre deux événements. Cet intervalle étant le même pour tous les référentiels inertiels (*i.e.* galiléens), il a une signification absolue.

La transformation de Lorentz dans la limite des faibles vitesses

— La transformation de Lorentz que nous venons de trouver relie deux systèmes de coordonnées cartésiennes (inertiels) en configuration standard. Les paramètres β et γ sont des fonctions de la vitesse relative v :

$$\beta = \frac{v}{c}, \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{20}$$

— Que doit-on attendre dans la limite $|\beta| \ll 1$? La transformation de Lorentz doit se rapprocher d'une transformation plus familière.

— Dans la limite des faibles vitesses, la transformation de Lorentz se rapproche de la transformation de Galilée. Pour obtenir $t' \simeq t$, il faut que

$$\begin{aligned} ct' &= \gamma ct - \beta x, \\ t' \simeq t \quad &\Rightarrow \quad \gamma ct \gg \beta x, \\ x \ll \frac{\gamma ct}{\beta} &\simeq \frac{c^2}{v} t. \end{aligned} \tag{21}$$

Le groupe de Lorentz et les quadrivecteurs

- La transformation de Lorentz que nous venons de trouver n'est qu'un cas particulier. Il s'agit de la transformation entre deux systèmes de coordonnées cartésiennes en configuration standard. On l'appelle « un boost » le long de l'axe des x. C'est le cas le plus simple et le plus important.
- On peut immédiatement trouver la transformation de Lorentz reliant deux systèmes de coordonnées cartésiennes alignés qui se déplacent l'un par rapport à l'autre le long des axes y et y'. Il suffit d'interchanger les rôles de x et y.
- De même, on intervertit les rôles de x et z pour le cas de deux systèmes de coordonnées cartésiennes alignés qui se déplacent le long des axes z et z'.
- On peut également effectuer des rotations. Une rotation autour de l'axe z, par

exemple, s'écrit

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \tag{22}$$

— En général, on restreint les systèmes de coordonnées aux systèmes propres tels que $\hat{k} = \hat{\imath} \times \hat{\jmath}$. Ainsi, un nombre impair d'inversions est interdit. Par exemple, $x' = -x,\ y' = y,\ z' = z,\ t' = t$ est interdit. En revanche, $x' = -x,\ y' = -y,\ z' = z,\ t' = t$ est autorisé : il s'agit d'une rotation autour de l'axe z.
— Les transformations permises peuvent être représentées par une matrice M (car ce sont des transformations linéaires).
— On peut effectuer deux transformations successives, ce qui correspond au produit

des matrices :

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \tag{23}$$

— L'identité $M = I$ correspond au cas d'un boost avec $\beta = 0$ (ou d'une rotation d'angle $\theta = 0$).

— Pour chaque transformation de Lorentz M, il existe une transformation inverse M^{-1} telle que

$$MM^{-1} = M^{-1}M = I. \tag{24}$$

— Le produit matriciel est associatif :

$$M_1(M_2M_3) = (M_1M_2)M_3. \tag{25}$$

— On en déduit que les transformations de Lorentz forment une structure algébrique appelée « groupe ». Il s'agit du groupe de Lorentz $SO(1,3)$. Le "S" signifie *special* (on exclut les systèmes de coordonnées de la main gauche) ; le “O” signifie *orthogonal*, car il s’agit d’une généralisation des matrices orthogonales ; et le 4 indique qu’il s’agit de matrices 4×4.

— On appelle quadrivecteur un ensemble de quatre composantes qui se transforment de la même manière. Le cas particulier étudié ici est le quadrivecteur position.

Exercices pour la maison

1. Démontrer que le carré de l'intervalle d'espace-temps entre deux événements A et B

$$\Delta s^2 \equiv (\Delta ct)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2 \tag{26}$$

   est invariant par la transformation de Lorentz.

2. Verifier par calcul explicite que la transformation (18) est la transformation inverse à (16). Ça veut dire verifier que

$$\begin{pmatrix} \gamma & \beta\,\gamma & 0 & 0 \\ \beta\,\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\,\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\,\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{27}$$

3. Comparer les trois transformations : (i) transformation de Lorentz, (ii)

transformation de Galilée, (iii) une rotation des axes Cartesiens dans le plan euclidien. Que pensez-vous du fait que le temps intervient dans la transformation de Lorentz ?

4. Écouter la vidéo : `https://www.youtube.com/watch?v=KX9QSjv0Ib0` et la suite `https://www.youtube.com/watch?v=_4Af9UrWEtc`

Exercices immédiats

1. **Exercice 6 de l'examen de 2014** : Considérer un référentiel, R, avec un système des coordonnées cartésiens et un autre référentiel, R', l'origine de quel qui se déplace les long de l'axe des y avec un vitesse constante, v. A l'instant $t = 0 = t'$, tous les trois axes spatiaux sont alignés. Ecrire la transformation de Lorentz pour cette situation, qui transforme les coordonnées des quadrivecteurs en R' jusqu'à les coordonnées en R.

Exercices immédiats : solution

1. Nous avons changé les rôles des axes des x et y de la configuration standard. Du coups

$$\begin{pmatrix} V_t \\ V_y \\ V_x \\ V_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & v\gamma & 0 & 0 \\ v\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{t'} \\ V_{y'} \\ V_{x'} \\ V_{z'} \end{pmatrix} \tag{28}$$

Alors,

$$\begin{pmatrix} V_t \\ V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & v\gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ v\gamma & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{t'} \\ V_{x'} \\ V_{y'} \\ V_{z'} \end{pmatrix} \tag{29}$$

Ce cours est basé sur les notes de cours de Jacques Langlois et le livre de Smith(*Smith*, 1997).

Références

Smith, J. H. (1997), *Introduction à la relativité*, InterEditions, Paris, France.