Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences & Techniques

M1 Physique Fondamentale et Applications : Physique nucléaire et atomique

Examen première session

mercredi le 29 avril 2026, de 14h00 à 16h00

Documents autorisés.
Calculatrices autorisées. Montrer votre travail. Bonne chance, bon courage !

Donnés utilies

Masse d'un électron : m_e : $9,11 \times 10^{-31}$kg $= 5,48 \times 10^{-4}$u $= 0,511$MeV$/c^2$.
Les nombres magiques pertinents pour les protons et les neutrons comprennent :

$$2,\ 8,\ 20,\ 28,\ 50,\ 82,\ 126.$$

Exercise 1 : L'énergie totale (cinétique plus potentiel) d'un électron au coeur de l'atome ($Z > 2$) dans son états fondamental ($n = 1$) sera environ,

$$E \simeq (Z-2)^2 E_{\mathrm{H}} = (Z-2)^2 13,6 \text{ eV}. \tag{1}$$

Il s'agit d'un résultat de la théorie de Hartree-Fock.

(a) Trouver l'énergie totale E d'un électron de coeur d'un atome de plombe ($Z = 82$).

(b) Calculer l'ordre de grandeur pour les effets relativistes pour cet électron, en comparant cette énergie avec celle de la masse au repot, $m_e c^2$.

Solution On utilise le résultat donné :

$$E \simeq (Z-2)^2 E_{\mathrm{H}}, \qquad E_{\mathrm{H}} = 13{,}6 \text{ eV}.$$

(a) Pour le plomb, $Z = 82$, donc

$$Z - 2 = 80.$$

Ainsi,

$$E \simeq 80^2 \times 13{,}6 \text{ eV} = 6400 \times 13{,}6 \text{ eV} = 87040 \text{ eV}.$$

Donc

$$\boxed{E \simeq 8{,}7 \times 10^4 \text{ eV} \simeq 87 \text{ keV}.}$$

(b) L'énergie de masse au repos de l'électron vaut

$$m_e c^2 \simeq 511 \text{ keV}.$$

Le rapport recherché est donc

$$\frac{E}{m_e c^2} \simeq \frac{87}{511} \simeq 0{,}17.$$

Ainsi, les effets relativistes ne sont pas négligeables : ils sont de l'ordre de

$$\boxed{\frac{E}{m_e c^2} \sim 10^{-1}.}$$

Autrement dit, on s'attend à des corrections relativistes de l'ordre de quelques dizaines de pour cent pour un électron de coeur dans le plomb.

Exercise 2 : Écrire la configuration électronique de l'état fondamental de

(a) ${}_6\mathrm{C}$

(b) ${}_{18}\mathrm{Ar}$

Solution On remplit les orbitales électroniques selon le principe de Aufbau.

— Pour le carbone ${}_6\mathrm{C}$, avec $Z = 6$, la configuration électronique fondamentale est

$$\boxed{1s^2\, 2s^2\, 2p^2.}$$

— Pour l'argon $_{18}$Ar, avec $Z = 18$, la configuration électronique fondamentale est

$$\boxed{1s^2\, 2s^2\, 2p^6\, 3s^2\, 3p^6.}$$

Exercise 3 : Rappelons que deutérium est de l'isotope de l'hydrogène, $^2_1$H. Son noyau contient deux nucléons, un proton et un neutron, chacun étant un fermion. Le noyau de deutérium, est-il un boson ou un fémion ? Soutenir votre réponse avec un argument basé sur la physique fondamentale appliqué à un système quantique constitué de deux noyaux de deutérium.

Solution Le noyau du deutérium $^2_1$H contient un proton et un neutron. Le proton et le neutron sont chacun des fermions de spin

$$s = \frac{1}{2}.$$

Lorsqu'on compose deux spins demi-entiers, le spin total peut être entier :

$$\frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} = 0 \oplus 1.$$

Or l'état fondamental du deutéron a en pratique un spin total

$$J = 1.$$

Le noyau de deutérium a donc un *spin entier* : c'est un **boson**.
On peut soutenir cette réponse par un argument de physique fondamentale appliqué à un système quantique constitué de deux noyaux de deutérium identiques : comme chaque deutéron est une particule de spin entier, l'état total doit être *symétrique* sous échange des deux deutérons, conformément à la statistique de Bose-Einstein. Donc

$$\boxed{\text{le noyau de deutérium est un boson.}}$$

Exercise 4 : Quelle isotope stable de $_{20}$Ca est doublement magique ? Donner son nombre de masse, A, et expliquer pourquoi il est doublement magique.

Solution Le calcium a

$$Z = 20,$$

qui est un nombre magique. Pour qu'un isotope du calcium soit *doublement magique*, il faut aussi que

$$N$$

soit magique. Le cas classique est

$$N = 20.$$

Alors

$$A = Z + N = 20 + 20 = 40.$$

Donc l'isotope doublement magique du calcium est

$$\boxed{{}^{40}_{20}\mathrm{Ca}, \qquad A = 40.}$$

Exercise 5 : On considère deux noyaux isobares de nombre de masse $A = 40$:

$${}^{40}_{20}\mathrm{Ca}\ (Z = 20, N = 20) \qquad \text{et} \qquad {}^{40}_{18}\mathrm{Ar}\ (Z = 18, N = 22).$$

Raisonner avec la formule semi-empirique de masse. Etant donné que le terme coulombien est plus important ici que le terme d'asymétrie, quel élément serait plus lourd ?Expliquer votre raisonnement en comparant les termes de volume, de surface, d'appariment. Parmi les deux autres termes (coulombien et asymétrie) qui favorise plus de masse ?

Solution À A fixé :

— le **terme de volume** est le même pour les deux noyaux, car il dépend seulement de A :

$$E_V \propto A;$$

— le **terme de surface** est aussi le même, car il dépend seulement de A :

$$E_S \propto A^{2/3};$$

— le **terme d'appariement** est le même ici, car ^{40}Ca et ^{40}Ar sont tous deux pair-pair, donc ils bénéficient tous deux d'un terme d'appariement favorable de même signe ;
— la différence essentielle vient des termes **coulombien** et **d'asymétrie**.

Le terme coulombien croît avec Z, schématiquement comme

$$E_C \propto \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}.$$

Donc il est plus grand pour ^{40}Ca que pour ^{40}Ar, puisque

$$20 > 18.$$

Le calcium est donc *moins lié* par effet coulombien, donc *plus lourd.*
Le terme d'asymétrie favorise les noyaux avec $N \simeq Z$. Ici :

$$^{40}\text{Ca} : N - Z = 0, \qquad ^{40}\text{Ar} : N - Z = 4.$$

Le terme d'asymétrie favorise donc ^{40}Ca, qui est plus symétrique.
Mais l'énoncé précise que, dans cette comparaison, le terme coulombien domine le terme d'asymétrie. Dans ce cas, l'effet net est que le noyau avec le plus grand Z, à savoir ^{40}Ca, est le plus lourd.
Donc

$$\boxed{^{40}_{20}\text{Ca est plus lourd que } ^{40}_{18}\text{Ar.}}$$

Résumé :

terme de volume : identique,
terme de surface : identique,
terme d'appariement : identique,
terme coulombien : plus grand pour ^{40}Ca,
terme d'asymétrie : plus favorable pour ^{40}Ca,
mais si le coulombien domine, ^{40}Ca est plus lourd.

Exercise 6 : Les deux noyaux connus liés de nombre de masse $A = 3$ sont

$$^3_1\text{H} \qquad \text{et} \qquad ^3_2\text{He}.$$

Un est stable et l'autre est instable. On donne leurs masses atomiques :

$$M(3,1) = 3{,}01605\,\mathrm{u}, \qquad M(3,2) = 3{,}01603\,\mathrm{u},$$

et la masse de l'électron :

$$m_e = 0{,}00055\,\mathrm{u}.$$

On rappelle que la masse atomique s'écrit

$$M(A,Z) = m_{\text{noyau}}(A,Z) + Zm_e - E_{\text{liaison électronique}},$$

les énergies de liaison électroniques étant négligeables à l'échelle nucléaire.

(a) Quel noyau est stable ?
(b) Quel est le mode de désintégration du noyau instable ?
(c) Justifiez votre réponse à l'aide d'un bilan énergétique en calculant de Q.

My Solution Les deux noyaux liés de nombre de masse $A = 3$ sont

$$^3_1\mathrm{H} \qquad \text{et} \qquad ^3_2\mathrm{He}.$$

On donne leurs masses atomiques :

$$M(3,1) = 3{,}01605\,\mathrm{u}, \qquad M(3,2) = 3{,}01603\,\mathrm{u},$$

et la masse de l'électron :

$$m_e = 0{,}00055\,\mathrm{u}.$$

(a). Quel noyau est stable vis-à-vis de la désintégration β ? À A fixé, un noyau peut se transformer par désintégration β vers un autre isobare seulement si le bilan énergétique est positif, c'est-à-dire si la masse initiale est suffisante pour produire l'état final.
Comparons d'abord les masses atomiques :

$$M(^3\mathrm{H}) = 3{,}01605\,\mathrm{u} \qquad \text{et} \qquad M(^3\mathrm{He}) = 3{,}01603\,\mathrm{u}.$$

Comme

$$M(^3\mathrm{H}) > M(^3\mathrm{He}),$$

on s'attend à ce que le tritium ^{3}H soit le noyau instable, et que l'hélium 3 ^{3}He soit le noyau stable.
(b). Quel est le mode de désintégration du noyau instable ? Le passage de

$$^3_1\mathrm{H} \longrightarrow {}^3_2\mathrm{He}$$

correspond à une augmentation de Z de 1, tandis que A reste constant. Il s'agit donc d'une désintégration β^- :

$$^3_1\mathrm{H} \;\longrightarrow\; {}^3_2\mathrm{He} + e^- + \bar{\nu}_e.$$

(c). Vérification énergétique : calcul de Q Pour une désintégration β^-, lorsqu'on utilise les *masses atomiques*, la formule est simplement

$$Q_{\beta^-} = \left[M(^3\mathrm{H}) - M(^3\mathrm{He})\right]c^2.$$

En effet, la masse de l'électron émis est déjà compensée par le fait que l'atome final possède un électron de plus que l'atome initial.
On trouve donc :

$$Q_{\beta^-} = (3{,}01605 - 3{,}01603)\,\mathrm{u}\,c^2 = 0{,}00002\,\mathrm{u}\,c^2.$$

Avec

$$1\,\mathrm{u}\,c^2 \simeq 931{,}5\,\mathrm{MeV},$$

on obtient

$$Q_{\beta^-} \simeq 0{,}00002 \times 931{,}5\,\mathrm{MeV} \simeq 0{,}0186\,\mathrm{MeV}.$$

Ainsi,

$$Q_{\beta^-} \simeq 18{,}6\,\mathrm{keV} > 0.$$

La désintégration est donc énergétiquement possible.
Conclusion Le noyau stable est

$$^3_2\mathrm{He},$$

et le noyau instable est le tritium

$$^3_1\mathrm{H},$$

qui se désintègre par émission β^- :

$$^3_1\mathrm{H} \;\longrightarrow\; {}^3_2\mathrm{He} + e^- + \bar{\nu}_e.$$

Le bilan énergétique vaut environ

$$Q \simeq 18{,}6\,\mathrm{keV},$$

ce qui confirme que cette transformation est autorisée.

Exercice 7 On considère les masses (au repos, exprimés en énergie équivalente) des particules suivantes :

neutron : $m_n = 939{,}565, \mathrm{MeV}/c^2$, proton : $m_p = 938{,}272, \mathrm{MeV}/c^2$, électron : $m_e = 0{,}511, \mathrm{MeV}/c^2$.

(a) Quelle particule n'est pas un baryon ? De quel type de particule s'agit-il ?
(b) Parmi les baryons, quelle(s) particule(s) est (sont) stable vis-à-vis de la désintégration spontanée ? Laquelle est instable ?
(c) Écrire une équation de désintégration complète pour la particule instable, en indiquant explicitement toutes les particules initiales et finales. Vérifier que les lois de conservation (charge électrique, nombre baryonique, nombre leptonique) sont respectées en donnant la valeur pour chaque particule.
(d) Calculer l'énergie libérée Q lors de cette désintégration. (Négliger la masse du neutrino.) Conclure sur la possibilité du processus.
(e) Les énergies cinétiques des particules filles sont-elles fixes ou continues ?
(f) Déterminer l'énergie cinétique maximale de l'électron émis. On pourra négliger l'énergie cinétique de recul du proton.

Solution On considère les masses au repos :

$$m_n = 939{,}565\,\mathrm{MeV}/c^2, \quad m_p = 938{,}272\,\mathrm{MeV}/c^2, \quad m_e = 0{,}511\,\mathrm{MeV}/c^2.$$

(a) **Identification des baryons et de la particule qui n'est pas un baryon**

Le proton et le neutron sont des *baryons* (plus précisément des nucléons), tandis que l'électron n'est pas un baryon : c'est un *lepton*.

(b) **Parmi les baryons, lequel est stable et lequel est instable ?**

On compare les masses du neutron et du proton. Le neutron est plus massif que le proton :

$$m_n > m_p.$$

Il est donc possible, du point de vue énergétique, que le neutron se transforme en proton, alors que l'inverse ne peut pas se produire spontanément.

Parmi les baryons considérés ici, on en déduit que :

le proton est stable, le neutron est instable.

(c) **Équation de désintégration complète**

Un mode de désintégration possible du neutron est la désintégration β^- :

$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e.$$

Vérifions les lois de conservation :

— *Charge électrique :*

$$0 = (+1) + (-1) + 0.$$

— *Nombre baryonique :*

$$1 = 1 + 0 + 0.$$

— *Nombre leptonique :* l'électron a un nombre leptonique +1, donc il faut une particule de nombre leptonique −1, à savoir l'antineutrino électronique $\bar{\nu}_e$, pour que

$$0 = 0 + 1 + (-1).$$

La présence de l'antineutrino électronique est donc nécessaire pour respecter la conservation du nombre leptonique.

(d) **Calcul de l'énergie libérée Q**

En négligeant la masse du neutrino, l'énergie libérée vaut

$$Q = (m_n - m_p - m_e)\, c^2.$$

Numériquement,

$$Q = (939{,}565 - 938{,}272 - 0{,}511)\ \text{MeV} = 0{,}782\,\text{MeV}.$$

Comme

$$Q > 0,$$

la désintégration est énergétiquement possible.

(e) **Les énergies cinétiques des particules filles sont-elles fixes ou continues ?**

Les énergies cinétiques des particules émises ne sont *pas fixes* : elles sont *continues*.

En effet, la désintégration

$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

est une *désintégration à trois corps*. L'énergie disponible Q peut être partagée de manière variable entre le proton, l'électron et l'antineutrino, tout en respectant les lois de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement.

On observe donc un *spectre continu* pour l'énergie cinétique de l'électron.

(f) **Énergie cinétique maximale de l'électron**

L'énergie cinétique maximale de l'électron est obtenue lorsque l'antineutrino emporte une énergie aussi petite que possible, et que l'énergie de recul du proton est négligeable.

On a alors, à très bonne approximation,

$$T_{e,\max} \simeq Q = 0{,}782\,\mathrm{MeV}.$$

Donc

$$\boxed{T_{e,\max} \simeq 782\,\mathrm{keV}.}$$

Conclusion Le neutron libre se désintègre par émission β^- selon

$$\boxed{n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e,}$$

avec une énergie libérée

$$\boxed{Q = 0{,}782\,\mathrm{MeV},}$$

et l'électron émis possède un spectre continu d'énergie cinétique, dont la valeur maximale est

$$\boxed{T_{e,\max} \simeq 782\,\mathrm{keV}.}$$